OVERSIGT OVER DET KGL. DANSKE VIDENSKABERNES SELSKABS
FORHANDLINGER, 1899. Nr. 3.

# Nogle spektronomiske Resultater.

Af

T. N. Thiele.

(Meddelt i Mødet den 10de Marts 1899.)

Den Meddelelse, jeg 27. Nov. 1896 gav om «Spektroskopiens Seriebegreb belyst ved Udredning af Kulstoffets Baandspektrum», er ikke bleven offentliggjort i Selskabets Oversigter. Men i to Afhandlinger i Astrophysical Journal 1897 August og 1898 Juni har jeg behandlet Sagen i noget videre Omfang; under mine Arbejder med det nævnte og andre Spektre havde jeg udviklet Hjælpemidler og skærpet de Fordringer, jeg maa stille til en god Serie. Derved er det dengang her forelagte Arbejde blevet lidt modificeret inden Offentliggørelsen.

Idet jeg angaaende Detailler henviser til de nævnte Afhandlinger, skal jeg her blot kort nævne nogle Hovedpunkter deri. I Kulstoffets Baandspektrum har jeg fra begge de iøjnefaldende Kanter fundet fem (eller snarere sex) togrenede Serier, og i Forbindelse med nogle mere lyssvage Serier udtømme disse saa at sige alle de i Baandet iagttagne Linier. Som Udtryk for Serieloven har jeg kun anvendt Formlen

$$\lambda = \frac{b_0 + b_1 (n + c)^2 + \ldots + b_r (n + c)^{2r}}{a_0 + a_1 (n + c)^2 + \ldots + a_r (n + c)^{2r}}$$

mellem Liniens Bølgelængde $\lambda$ og dens Ordenstal i Serien $n$. Det simpleste Tilfælde $r = 1$ (Pickerings Formel) har gjort megen Nytte i forberedende Regninger, men en nøjagtig Gengivelse af

Iagttagelserne kræver næsten altid mere sammensatte Formler med $r = 2$ eller $r = 3$.

Den særlig indtrængende Kritik, som Seriebestemmelsen kræver, gør Anvendelsen af grafisk Fremstilling af Differensen mellem iagttagne og beregnede Tal til Nødvendighed. Denne velbekendte Methode førte mig gradvis ind paa en betydningsfuld Nyhed. Det hændte ofte, at der var Tvivl om, hvilken af to iagttagne Linier der egentlig hørte til Serien og skulde sammenlignes med det beregnede Tal. Simpel Forsigtighed bød da at danne Differenserne for begge Alternativer, og afsætte begge disse som Ordinater i Figuren. For at afgøre Spørgsmaal om fremmede Seriers Indblanding, maatte Dobbeltangivelserne faa et betydeligt Omfang. Blev Usikkerheden større, tog jeg undertiden tre-fire Liniers Differenspunkter op paa samme Ordinat; tilsidst alle overhovedet observerede Liniers mellem det beregnede foregaaende og efterfølgende Sted for Linier i Serien. Fra at være et Hjælpemiddel i den specielle Series Observationskritik blev den grafiske Fremstilling derved til et Hjælpemiddel til Opdagelse af nye Serier. Hver Tegning fremstillede nemlig saaledes samtlige Linier i Baandet ved Punkter i et todimensionalt System. Den Seriegren, hvortil Arbejdsformlen skulde svare, tegnede sig som en Linie meget nær ved Abscisseaxen, men ogsaa samme Series anden Gren maatte forløbe som en svagt buet Linie i Nærheden af Kurven for første Gren, skærende denne baade ved Hovede og ved Hale. Findes der nu i Baandet andre Serier, maa ogsaa disses tilsvarende Punkter ligge paa Kurver i vor Tegning, og er der kun liden Forskel imellem Seriernes Love, maa deres Kurver blive iøjnefaldende nok til at kunne lede til Opdagelse af nye Serier.

At man ved dette Middel praktisk talt kan finde alle et Baandspektrums Serier, naar man blot til Begyndelse kender en første Serie, som gerne byder sig selv, har jeg fundet bekræftet ved alle de Baandspektra, jeg hidtil har prøvet, navnlig ved Cyanbaandene og et af Lerjordens Baand.

Derimod har Methoden langt mindre Værdi for Liniespektrene, hvor der kun ses faa Linier i hver Serie, men til Gengæld vel er mangfoldige Serier at finde. Navnlig skader det, at disse Serier danne «Haler», i hvilke der maa antages at være uendelig mange usynlige Linier sammenhobede i endelige Rum; Tegne-Methoden kan her kun anvendes til at finde Serier, hvis Hale næsten har samme Bølgelængde som den ledende Series, og selv i dette Tilfælde kan det være meget vanskeligt at finde saadanne Serier, som ikke give sig til Kende ved de andre hidtil anvendte indirekte Methoder (gennem Dubletter og Tripletter o. s. v.). Den store Forskel mellem Bølgelængderne for de mere intensive Linier i disse Serier gør det tilmed nødvendigt at gøre den Omvej ikke ligefrem at sammenligne de iagttagne med de beregnede Bølgelængder, men af enhver af de iagttagne Bølgelængder $\lambda$ først at beregne det Ordenstal $n$, som dertil vilde svare, dersom Formlen for den ledende Serie var anvendelig paa dem, og indtegne disse hypothetiske Ordenstal paa Figuren. Jeg har for nylig forsøgt dette for Brintens Spektrum, idet jeg lagde Balmers Formel $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_\infty}\left(1 - \frac{4}{n^2}\right)$ til Grund, altsaa for hvert observeret $\lambda$ beregnede

$$n = 2\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda - \lambda_\infty}}.$$

Resultatet er tvivlsomt. En Serie med Loven

$$(\lambda - 3638{\cdot}0)^{-1} = 0{\cdot}00055508 + 0{\cdot}000175332\,(n + 0{\cdot}6)^2$$

vil tilfredsstille følgende Linier:

| $n$ | Intensitet. | Obs. | Observeret $\lambda$. | Beregnet $\lambda$. | O. — B. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 3 | *H* | 5256·23 | 5255·60 | + 0·63 |
| 1 | 6 | *H & A* | 4634·10 | 4634.09 | + 0 01 |
| 2 | 6 | *H & A* | 4212·58 | 4212·61 | — 0·03 |
| 3 | 4 | *A* | 3992·0 | 3991 68 | + 0·32 |
| 4 | 4 | *A* | 3872·45 | 3872·46 | — 0·01 |
| 5 | 4 | *A* | 3803·2 | 3803·19 | + 0·01 |
| 6 | | | | 3760 06 | |
| 7 | 3 | *A* | 3732·2 | 3731·61 | + 0·59 |
| 8 | $\theta$, ? | *A* | 3711·9 | 3711·95 | — 0·05 |

I tredie Kolonne, Obs., betegner $A$ Observationer af Ames, medens $H$ betegner Observationer af Hasselberg efter Reduktion til samme System (Rowland), som Ames har anvendt.

Da Ames i den Del af Spektret, hvor hans Maalinger kan sammenlignes med Hasselbergs, har forbigaaet mange ret intensive Linier, kan Savnet af en Linie $n = 6$, $\lambda = 3760$ foreløbig ikke modbevise Seriens Realitet.

Der kunde yderligere være Tale om at finde samme Series anden Gren repræsenteret ved nogle Linier, som ligge temmelig nær ved Midten af ovenstaaende Intervaller. Til «halve» Værdier af $n$ i ovenstaaende Formel svarer:

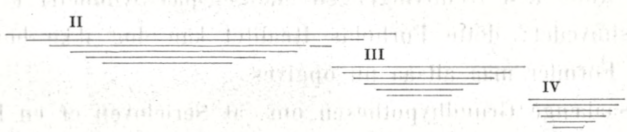
| $n$ | Beregnet $\lambda$. | Hertil kan svare Intensitet. | Obs. | Observeret $\lambda$. | O. — B. |
|---|---|---|---|---|---|
| $-\frac{1}{2}$ | 5433·87 | 5 | $H$ | 5433·83 | — 0·04 |
| $+\frac{1}{2}$ | 4941·39 | 1·5 | $H$ | 4942·52 | + 1·13 |
| $1\frac{1}{2}$ | 4390·85 | 3 | $H$ | 4391·15 | + 0·30 |
| $2\frac{1}{2}$ | 4084·42 | 2 | $H$ | 4085·23 | + 0·81 |
| $3\frac{1}{2}$ | 3923·52 | 3 | $A$ | 3924·5 | + 0·98 |
| $4\frac{1}{2}$ | 3833·49 | $\beta, n$ | $A$ | 3835·6 | + 2·11 |
| $5\frac{1}{2}$ | 3779·26 | | | | |
| $6\frac{1}{2}$ | 3744·46 | | | | |
| $7\frac{1}{2}$ | 3720·93 | $\eta, < 1$ | $A$ | 3721·8 | + 0·87 |

Hvad der gør mig mest betænkelig ved heri at se andet end et kuriøst Spil af Tilfældet, er, at Formlen tillægger denne Serie en, saa vidt vides, enestaaende Egenskab, idet baade dens Hovede ($\lambda_0 = 5440$) og dens Hale ($\lambda_\infty = 3638$) skulde ligge i Spektrets observerede Del. Et Forsøg paa at lægge denne hypothetiske Serie til Grund for en ny geometrisk Fremstilling, har ikke ledet mig til at finde noget Spor af andre Serier.

Af Cyanspektrets Baand har jeg efter de nævnte Publikationer samtidig taget alle de 3 under Behandling, for hvilke der haves gode Observationer, dels af Kayser & Runge, dels Udmaalinger af et Fotografi af Rydberg foretagne med vort Observatoriums Maaleapparat. Jeg har i hvert af de tre Baand ved Formler konstateret fire eller fem Seriers Existens, uden dog derved at udtømme hele deres Rigdom paa Linier. Jeg har dog ikke søgt at fremdrage flere Serier, meget mere viser det sig nødvendigt foreløbigt at blive staaende ved de tre største og lyseste Serier i 3die og i 4de Baand (maaske kan hertil føjes en enkelt Serie fra 2det Baand, men dettes lyseste Serier besværes i høj Grad ved Koincidens med 3die Series mægtige Begyndelse). De øvrige Serier ere for lyssvage og for meget trykkede ved Koincidenser til at kunne behandles definitivt, førend man kan støtte sig paa Resultaterne fra de nævnte, og skønt flere af hine tælle et hundrede Linier, kan der dog ikke ventes interessante Oplysninger fra dem.

Spektrets almindelige Bygning er saadan, at hvert af dets Baand vistnok udgør et naturligt Hele, sammensat næsten paa samme Maade af Serier, der alle ligne hinanden meget i Form, men afvige i Udstrækning og Intensitet. De enkelte Serier ere i alt Fald her meget mere isolerede end i «Kulstoffets» Baandspektrum, hvor som sagt en fem-sex togrenede Serier udgaa fra hvert Hovede; det vilde dog maaske være for meget sagt, at der i Cyanspektret kun skulde komme en Serie fra hvert Hovede; ved hvert af de tre Baands lyskraftigste Hoveder er der i alt Fald Spor af en tredie Gren tilstede.

I hvert Baand begynder anden Serie senere (med mindre Bølgelængde) end første, men ender sikkert førend denne; ligeledes indeholdes tredie Serie indenfor anden Series Grænser o. s. v. De enkelte Linier med samme Ordenstal i de forskellige Baands Serier af samme Nummer synes at svare nogenlunde til hinanden. Til en vis Grad kan andet Baand betragtes som en Afbildning i omtrent dobbelt Størrelse af tredie Baand, medens fjerde Baand bliver en Afbildning i halv Maalestok. En skematisk Figur vil se omtrent saaledes ud:



Hovedsagen er dog, hvilke Bidrag dette Spektrum og navnlig de udhævede Serier kunne give til Oplysning omSerieloven, efter hvilken Linierne ordne sig i den enkelte Serie.

Liniernes Antal er her stort. Fra Hovedet med Maximum af Bølgelængde og Lysstyrke og saa længe Afstanden mellem konsekutive Linier i Serien voxer, ja endog noget ud over denne Afstands Maximum, som i disse Serier indtræder omkring Seriernes 150de Linie, kan man let og fuldkommen sikkert følge Seriernes Gang, og saa langt kan man tilfredsstille Maalingerne af de enkelte Linier indenfor Fejlgrænsen med ovenstaaende Formel for $r = 2$, altsaa ved Beregning af 6 Konstanter. Længere ude blive Linierne lyssvage og mere eller mindre tvivlsomme, og i Formlen bliver det nødvendigt at lade $r$ voxe til 3, som omtrent er det højeste, man kan gaa, uden at Arbejdet bliver uoverkommeligt. Men hermed kan man dog endnu slaa fast, at Afstanden mellem konsekutive Linier aftager meget hurtigere, end den før voxede (omtrent dobbelt saa hurtigt). Spørgsmaalet er nu, om denne Aftagen fortsætter sig og snart bringer Afstanden mellem de konsekutive Linier ned til og under 0, saa at Bølgelængden faar et Minimum, Serien et Minimumshovede; eller standser Farten igen efterhaanden, saaledes at der kan blive Plads til de uendelig mange Linier i endeligt Interval, som en Haledannelse kræver, eller hvorledes afsluttes overhovedet Serierne? I enkelte af Serierne, navnlig i den særlig oplysende 2den Serie i 3die Baand kan man ved en Formel med 8 Konstanter, $r = 3$, følge Serien lige til et Minimumshovede ved omtrent den 200de Linie; men det mislykkes saaledes at følge Seriens Tilbagegang i dens paafølgende nye Gren, fordi disse Formlers nødvendige Begrænsning til smaa Antal Led fremtvinger en Mangel paa Symmetri i Minimumshovedet; dette Forholds Realitet kan dog ikke bevises; disse Formler maa altsaa nu opgives.

Saalænge Grundhypothesen om, at Serieloven er en Funktion af $(n + c)^2$, med den deri liggende Hypothese om en vis

Symmetri baade i Hovede og Hale, staar ved Magt og bekræftes ved alle veludviklede Serier, gaar det ikke an at behandle noget Minimum eller Maximum uden i det mindste at forsøge, om denne Grundhypothese ikke kan passe paa dem. Men, naar en Serie, som kommer fra et symmetrisk Maximumshovede, vender tilbage ved et ligeledes symmetrisk Minimumshovede, maa Serieloven være periodisk. Maaler $N$, som ikke behøver at være et helt Tal, det dobbelte Antal Linieintervaller fra Hovede til Hovede, maa Formlen for Serieloven blive

$$\lambda = F\left(\cos\frac{n+c}{N}\cdot 2\pi\right).$$

Men førend der kan blive Tale om at anvende saadan Formel til Beregning, maa foruden Fasen $c$, som kan hentes fra Seriernes Begyndelse, ogsaa Periodetallet $N$ være ret nøjagtig bestemt.

I dette Øjemed maa vi da foreløbigt opgive at fremstille hele Seriegrene ved en eneste Formel og anvende vor gamle Formel og særlig Pickeringformlen, Tilfældet $r = 1$, paa disse Seriegrenes yderste nedadgaaende Ender. Vi afskære derved ikke Muligheden af Haleformen for Seriernes Afslutning. Bestemme vi Pickeringformlens 4 Konstanter ved 4 blandt de yderste iagttagne Linier, vil Bestemmelsen af Fasen, Konstanten $c$, føre til en Ligning af anden Grad, hvis ene Rod giver os et Minimumshovede, medens den anden giver en Hale.

De hidtil udførte Regninger give ikke nogen Støtte for Alternativet Hale, alle kunne de tilfredsstille Iagttagelserne ret vel ved Minimumshoveder, desværre dog som oftest saaledes, at der bliver Valg mellem to eller flere Muligheder. For fem af de vigtigste Serier ere disse Regninger gennemførte tilligemed grafisk Fremstilling af Differenserne, denne viser sig her meget nyttig til den kritiske Dom mellem de sideordnede Muligheder; det er den, som viser bort fra alle Forklaringer ved Haler, over til de periodiske Former, som ende med Minimumshoveder, der adskille sig fra de stærke Hoveder i Seriens anden Ende ved at vende den modsatte Vej og ved ikke at røbe sig ved det blotte Syn paa Fotografierne, idet deres Linier ere langt svagere. Jeg anser det, naar Valget staar mellem flere mulige Minimumshoveder, for et væsentligt Kendetegn paa det rette, naar den grafiske Fremstilling viser tydelige Spor af den Seriegren, som løber tilbage fra Minimumshovedet henimod Maximum.

Hvor der er en saadan tilbageløbende Gren, hænder det nu i det mindste i de fleste af disse Serier, at der viser sig flere saadanne Grene, men skønt Valget mellem disse Grene ogsaa byder Vanskeligheder, svækker dette dog ikke min Tillid til at være paa det rette Spor. Det er vistnok det samme Fænomen, som jeg omtalte ovenfor, at Baandenes første Serier syntes at have ikke blot to men tre eller fire Grene. Førend vi havde Grund til at tænke os Serierne som periodiske, maatte dette betyde, at vi havde at gøre med mere end en Serie, og saaledes har jeg sluttet i Tilfældet ved Kulstoffets Baandspektrum; men ere Serierne periodiske, saa betyde de mange Grene mellem fælles Hoveder intet andet, end at Periodetallet $N$ ikke er et helt Tal. Serien maa over Grene i vexlende Retninger løbe flere, maaske mange Gange fra Hovede til Hovede, førend dens Linier nøjagtigt komme tilbage til samme Sted. Jeg maa dog bemærke, at det ikke ligger fjernt at tænke sig, at baade Periodiciteten og Hovedernes Symmetri kun ere Tilnærmelser til Sandheden. Det er ikke helt umuligt, at hvert Baand kun er en eneste spiralformet Serie, af hvis mangfoldige Vindinger de fleste ere helt usynlige, men som har flere lysstærke Stykker, der hvert for sig ses som, hvad vi nu maa kalde for en Serie.

Denne Spekulation maa dog ikke forlede os til at skænke Antagelsen om Baandseriernes Periodicitet mindre Opmærksomhed, og til at forlade denne Hypothese, førend den er grundig prøvet i sin strenge Form.

Beregningen af periodiske Serielove maa begynde med, at Funktionen $F$ i

$$\lambda = F\left(\cos\left(\frac{n+c}{N}\cdot 2\pi\right)\right)$$

eller maaske bedre den reciproke Funktion søges udviklet som hel Funktion, $\lambda^{-1}$ altsaa som Fouriersk Række af Vinklen $V = \frac{n+c}{2N}\cdot 2\pi$. Dette er her en meget besværlig Regning, og kun for 2den Serie i 3die Baand er denne Regning nogenlunde bleven gennemført, for to andre af Serierne er Arbejdet blevet afbrudt ved min Sygdom, og det vil vel vare nogle Maaneder, inden jeg tør tage det op paany. Jeg skal derfor her kun antyde, at Periodetallene for hver af de første Serier af disse Baand synes at være c. 420, for anden Serierne c. 400 og for 3die Serie c. 380; for øvrigt indskrænker jeg mig til at give Bestemmelserne for hin 2den Serie i 3die Baand, saa godt som jeg i Øjeblikket kender dem.

Jeg finder:

$$\begin{aligned}\lambda^{-1}109 = 265795 &-\\ -\ 8551\cos V &+\\ +\ 1353\cos 2V &-\\ -\ 403\cos 3V &+\\ +\ 151\cos 4V &-\\ -\ 67\cos 5V &+\\ +\ 29\cos 6V &-\\ -\ 14\cos 7V &+\\ +\ 7\cos 8V &-\\ -\ 4\cos 9V &\end{aligned} \qquad V = \frac{n - 0\cdot 11}{397\cdot 5}\cdot 2\pi$$

Maximumshovedet har altsaa $n = +0{\cdot}11$, $\lambda = 3871{\cdot}53$; Minimumshovedet $n = 198{\cdot}86$, $\lambda = 3618{\cdot}28$. Koefficienterne i denne Række skifte ikke blot regelmæssigt Fortegn, men ogsaa i deres nūmeriske Værdier er der en saa regelmæssig Gang, at der næppe kan være Tvivl om, at vi her have en streng Naturlov for os. Konvergensen er utvivlsom, men ikke saa stærk, at

Regningen bliver bekvem. Der vindes i denne Henseende intet ved, at udvikle $\lambda$ i Stedet for $\lambda^{-1}$ eller ved lignende Transformationer. Serielovens Problem ligner sig selv til det yderste: det er sejgt og uhandleligt paa ethvert Punkt. Rækker af hel Form som denne er ikke Lovens naturlige Udtryk. Jeg har prøvet en bruden Form i Analogi med Afhængigheden mellem en Planetbanes sande og excentriske Anomali, men heller ikke dette synes at skaffe tilstrækkelig Konvergens og Fasthed i hver Koefficients Betydning. Maaske kan det hjælpe at sætte en Kvadratrod ind i Formlen. Det er den induktive Methodes Svaghed, at man i slige Tilfælde er henvist til den rene Gætning.